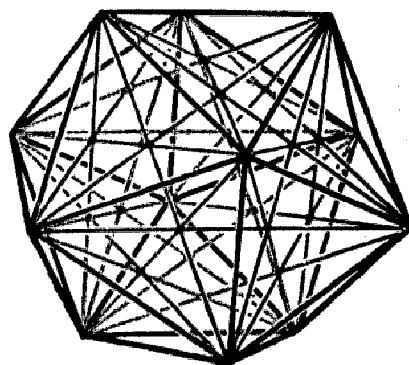


Nr. 112.



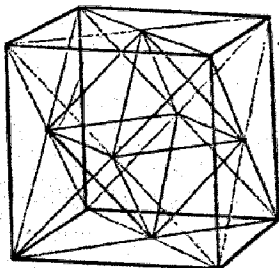
Nr. 114.

Maßstab 1:8.

III. Reihe. Sechs Drahtmodelle mit Fäden: Höhere regelmäßige Vielfache. Regelmäßige räumliche Vielstrahlen.

Gesamtpreis bei gleichzeitigem Bezug aller 6 Modelle *M.* 115.—

- | | |
|---|----------------|
| 111. Würfel mit zwei eingeschriebenen Tetraedern und dem diese als Halbfächner enthaltenden Oktaeder (s. die Figur) | <i>M.</i> 16.— |
| 112. Dodekaeder mit fünf eingeschriebenen Würfeln (s. die Figur) | „ 20.— |
| 113. Dodekaeder mit eingeschriebenem Ikosaeder | „ 24.— |
| 114. Ikosaeder mit eingeschriebenem Dodekaeder (s. die Figur) | „ 24.— |
| 115. Regelmäßiger räumlicher Sechsstahl | „ 12.— |
| 116. Regelmäßiger räumlicher Fünfzehnstrahl | „ 20.— |



Nr. 111.

Maßstab 1:8.

Die Größe der Modelle beträgt bei Nr. 111 bis 114, wie bei der vorigen Reihe, von einer Kante zur Gegenkante gemessen, 32 cm, dieselbe Länge haben die Diagonalen in Nr. 115 und 116.

Die Modelle bestehen aus schwarz gehaltenen Drahtgestellen, in die starke Seidenfäden eingespannt sind, und zwar bei Nr. 113 und 114 in weißer Farbe, bei den übrigen verschiedenfarbig; bei Nr. 115 und 116 sind die aufeinander senkrechten Geraden mit gleicher Farbe dargestellt, während bei Nr. 111 jedes der beiden Tetraeder, bei Nr. 112 jeder der fünf Würfel seine besondere Farbe hat, so daß sich jeder dieser Körper sehr deutlich heraushebt. Das in die Fadentetraeder

von Nr. 111 eingesetzte Oktaeder ist aus Neusilberdraht.

Die Gestelle von Nr. 115 und 116 bilden halbreghelmäßige Vielfache, die man erhält, wenn man beim Würfel oder Oktaeder (für Nr. 115) und beim Dodekaeder oder Ikosaeder (für Nr. 116) die Kantenmitten als Ecken eines neuen gewöhnlichen Vielfachs wählt.

Hierzu die Abhandlungen Nr. 4 „Die regelmäßigen Vielfache (PLATONS, KEPLERS UND POINSONS), abgeleitet aus ihrer Gruppe“ und Nr. 5 „Regelmäßige Vielstrahlen und geschlossene Spiegelsysteme“.

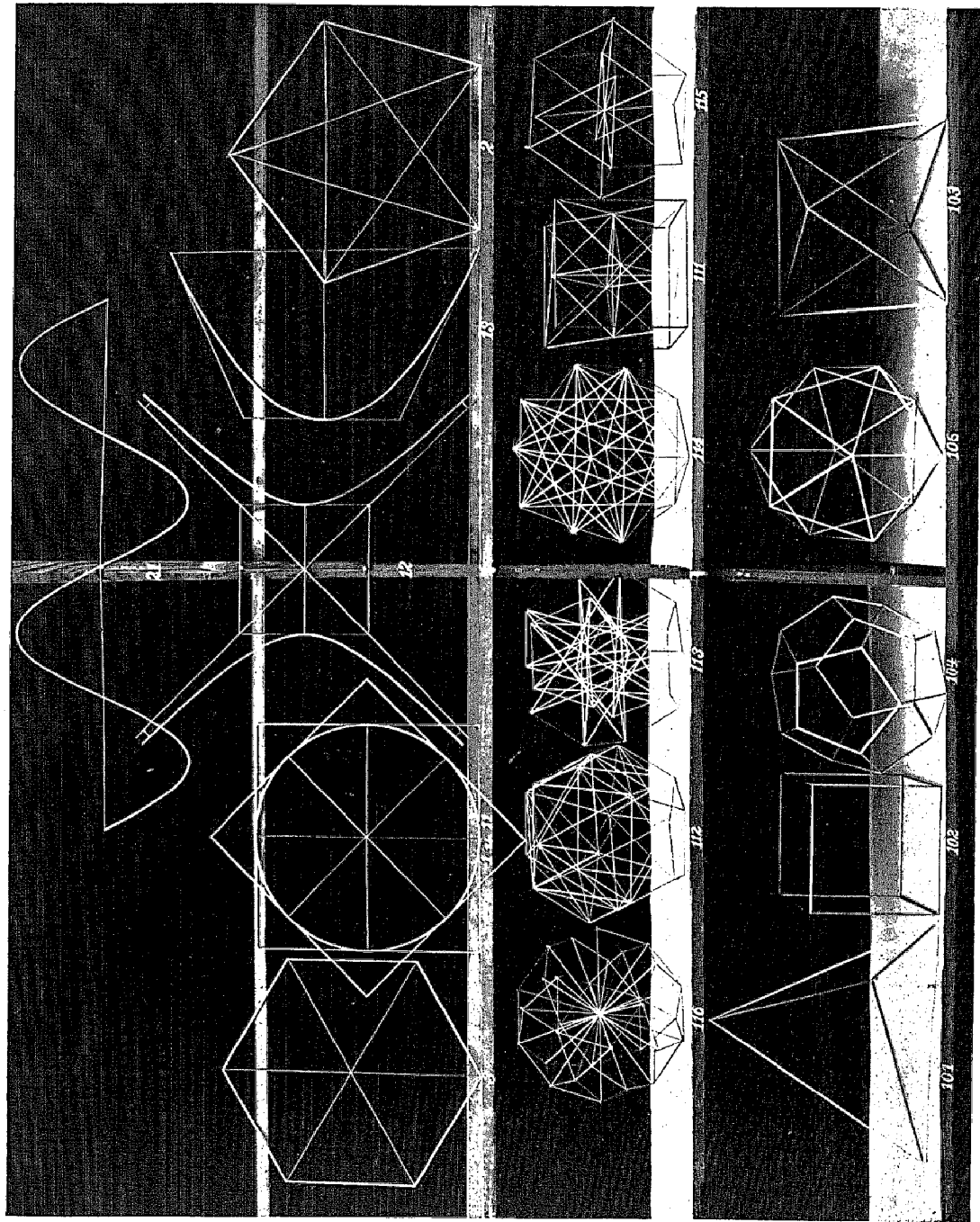
Die Modelle Nr. 113 und 114 stellen in erster Linie die zwei KEPLERSchen Vielfläche dar, indem in das Dodekaeder und in das Ikosaeder solche Nebenkanten eingeschrieben sind, daß sie sich im Innern wieder in Ecken eines Ikosaeders und eines Dodekaeders treffen. Werden dann diese Linien als Kanten eines neuen Vielflachs betrachtet, und solche Flächen durch sie gelegt, daß sie an jeder Ecke ein gewöhnliches Vieltkant bilden, so sind die so entstehenden Vielfläche die beiden KEPLERSchen. Es können diese noch auf eine zweite Art entstanden gedacht werden, nämlich durch Erweiterung der im Innern schwebenden PLATONischen Vielfläche, die so als Kerne der KEPLERSchen zu betrachten sind.

Diese beiden Modelle zeigen aber auch, wie die POINSOTSchen Vielfläche durch Einschreiben oder Umschreiben (Erweitern der Seitenflächen) aus den PLATONischen entstehen, und in gleicher Weise behandeln die Modelle Nr. 111 und 112 die in mehrere gewöhnliche zerfallenden Vielfläche; das erstere zeigt in übersichtlicher Anordnung die beiden Tetraeder als Halbflächner (Hemiédrien) des Oktaeders und ist deshalb im Unterricht der Kristallkunde vorteilhaft zu verwenden.

Die Modelle Nr. 115 und 116 bieten, wie die regelmäßigen Körper, eine Darstellung der Gruppen von Drehungen um einen festen Punkt und verdienen vor den regelmäßigen Körpern den Vorzug, da sie einmal auf die Gruppen eindeutig bezogen sind und außerdem für sie eine Erzeugung aus involutorischen Drehungen (Umwendungen oder Spiegelungen an Achsen) liefern. Die in den Modellen dargestellten Geraden bilden ein geschlossenes System von Spiegelachsen. Als Ergänzung der beiden ist das Modell Nr. 401 zu betrachten, an dem (als Durchmesser einer Kugel) drei zueinander senkrechte Geraden angebracht sind, die ein weiteres geschlossenes System ausmachen.

Der regelmäßige Fünfzehnstrahl Nr. 116 enthält fünf (durch Farben unterschiedene) Achsenkreuze, die so liegen, daß mit den Achsen (Strahlen) eines Kreuzes irgend eine weitere Achse die Winkel $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ und $\frac{2}{5}$ eines Gestreckten einschließt. Dieser stereometrische Satz liefert den gruppentheoretischen: Wenn man die Spiegelung an jeder der drei Achsen eines Kreuzes mit der Spiegelung an irgend einer anderen der 15 Achsen zusammensetzt, so erhält man gerade die dreierlei in der Gruppe vorkommenden, einander nicht kongruenten, nicht involutorischen Drehungen. Aus diesem Satze folgt dann gruppentheoretisch, daß in der Ikosaedergruppe sechs einander nicht kongruente regelmäßige Vielfläche auftreten: das Ikosaeder und das Dodekaeder und die vier KEPLERSchen und POINSOTSchen Vielfläche.

Die 6 Modelle sind vom Herausgeber zuerst für das mathematische Institut der Universität Halle angefertigt worden und waren auf den Ausstellungen mathematischer Modelle in München und Chicago im Jahre 1892 ausgestellt. Nur das Oktaeder in Nr. 111 ist nachträglich eingefügt. Man vergleiche den Katalog von W. DYCK (Nachtrag 1893, S. 54).



Maßstab 1 : 14.

H. Wieners Sammlung, Reihe I, II, III.