319

MARTIN SCHILLING, LEIPZIG

Verlag von Modellen für den höheren mathematischen Unterricht.

Leipzig, im November 1913.

Hochgeehrter Herr!

Hiermit beehre ich mich, Ihnen ergebenst anzuzeigen, dass in meinem Verlage soeben die nachstehend näher beschriebenen Modelle erschienen sind:

Serie XL, No. 4—19.

16 Modelle von Kurven konstanter Breite,

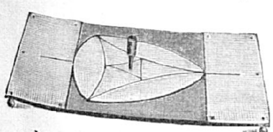
herausgegeben von

Professor Dr. **Fr. Schilling** in Danzig.

Grösse jedes Modelles 12×12 cm.

Preis der 16 Modelle mit dem Messapparat	**Mk. 145.—.**
„ des einzelnen Modelles . . . . . . „	9. .
„ des Messapparates allein . . . . . „	10.—.

Unter einer (ebenen) Kurve konstanter Breite oder einer C-Kurve versteht man eine solche im Endlichen verlaufende konvexe Kurve, dass der Abstand je zweier parallelen Stützgeraden, d. h. die Kurve gerade zwischen sich einschliessenden Parallelgeraden, konstant ist. In den vorliegenden Modellen ist die konstante Breite gleich 12 cm gewählt. Auf die Kurven konstanter Breite hat zuerst Reuleaux in seinem Lehrbuch der Kinematik (Bd. I, S. 130 ff.) hingewiesen; später sind sie insbesondere mit Hilfe Fourier'scher Reihen von A. Hurwitz, H. Minkowski und E. Meissner und geometrisch ausführlich von Fr. Schilling behandelt worden. Diese Kurven haben unter anderen die einfachen Eigenschaften, dass jede Stützgerade die Kurve nur in einem einzigen Punkte trifft, dass die Normale in einem solchen Punkte P_1 zugleich normal zu der parallelen Stützgeraden und zwar wieder in ihrem Kurvenpunkte P_2 ist, dass eine teilweise geradlinige Begrenzung der Kurve nicht möglich ist, dass alle Kurven derselben konstanten Breite b denselben Umfang $b \cdot \pi$ (Satz von Minkowski) besitzen. Von Herrn Schilling ist ferner gezeigt, dass für die einzelne Kurve konstanter Breite ausser der sogenannten C'-Kurve, d. h. dem geometrischen Ort der Mitten für die Doppelnormale $P_1 P_2$, insbesondere die K-Kurve, d. h. der geometrische Ort der Krümmungsmittelpunkte oder die Evolute der Kurve konstanter Breite, grundlegende Bedeutung besitzt. Es zeigt sich nämlich, dass durch gewisse Festsetzungen die K-Kurve zu einer (endlichen) geschlossenen Kurve gemacht werden kann und dann folgende wichtige Eigenschaften besitzt: Die tangierende Gerade der K-Kurve hat sich insgesamt um den Winkel π gedreht, wenn der Berührungspunkt die Kurve gerade einmal durchlaufen hat; die K-Kurve besitzt ferner (ebenso wie die C'-Kurve) eine ungerade Anzahl von „Umkehrpunkten" und zwar mindestens drei. (Durch Zerschneiden in den Umkehrpunkten zerfällt also die K-Kurve in die gleiche Anzahl von konvexen Bogen). Diese Tatsachen gestatten alle K-Kurven leicht zu konstruieren und zwar sowohl die K-Polygone mit oder ohne konvexe Ecken, insbesondere die K-Kreispolygone, wie auch die allgemeinen K-Kurven. Zu jeder einzelnen K-Kurve ergeben sich die zugehörigen Kurven konstanter Breite dann sehr einfach als diejenigen Evolventen, deren beschreibender Punkt bei der Abrollung der tangierenden Geraden auf der K-Kurve keinen ihrer konvexen Bogen innerlich trifft. Unter diesen zu derselben K-Kurve als deren Evolventen gehörenden Kurven konstanter Breite gibt es also eine „äusserste C-Kurve", die dann entsteht, wenn der sie beschreibende



Messapparat mit dem Modell Nr. 6.

Punkt wenigstens mit einem Umkehrpunkt der K-Kurve zusammentrifft. In allen Modellen sind auch die zu der Kurve konstanter Breite gehörende C'-Kurve und K-Kurve eingezeichnet worden. Den Modellen beigegeben ist ferner ein Messapparat zur Kontrolle der Breite, der aus einer mit Stoff bespannten Metallplatte mit zwei im Abstande von 12 cm gelegenen parallelen Leisten besteht; diese tragen überdies zwei einander senkrecht gegenüberliegende Marken, um die oben genannte, die Doppelnormale $P_1\, P_2$ betreffende Eigenschaft zu veranschaulichen. Alles nähere wolle man in der Arbeit des Herrn Schilling in der Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. 64, S. 67 ff., „Die Theorie und Konstruktion der Kurven konstanter Breite", ersehen; ein Sonderabzug dieser Arbeit wird den Modellen gratis beigegeben.

Die Kurve konstanter Breite in den einzelnen Modellen ist wie folgt in Beziehung zu ihrer K-Kurve zu bezeichnen:

Modell Nr. 4: Reuleaux'sches Kreisbogenpolygon, die äusserste C-Kurve zu einem gleichseitigen Dreieck als der K-Kurve (vgl. Fig. 1 der Arbeit des Herrn Schilling).

Modell Nr. 5: Äquidistante C-Kurve des Reuleaux'schen Kreisbogenpolygons (vgl. Fig. 2).

Modell Nr. 6: Äusserste C-Kurve zur Steiner'schen Hypozykloide, (vgl. Fig. 3).

Modell Nr. 7: Äusserste C-Kurve zum regulären dreispitzigen Kreisbogenpolygon (vgl. Fig. 4).

Modell Nr. 8: Äusserste C-Kurve zum regulären Fünfeck zweiter Art (vgl. Fig. 6).

Modell Nr. 9: Allgemeine C-Kurve zum regulären fünfspitzigen Kreisbogenpolygon zweiter Art (vgl. Fig. 40).

Modelle Nr. 10 und 11: Äusserste C-Kurven zu einem gleichschenkligen Dreieck, dessen Schenkel bez. kleiner oder grösser als die Basis sind (vgl. Fig. 35 a, b).

Modelle Nr. 12—14: Äusserste C-Kurven zu einem gleichschenkligen Dreieck mit in der Mitte eingeknickter Basis, dessen Schenkel gleich, kleiner oder grösser als die Basis sind (vgl. Fig. 36 a, b, c).

Modell Nr. 15: Äusserste C-Kurve zu einem allgemeinen Dreieck (vgl. Fig. 37).

Modell Nr. 16: Äusserste C-Kurve zu einem allgemeinen Dreieck mit einer eingeknickten Seite (vgl. Fig. 38).

Modell Nr. 17: Äusserste C-Kurve zu einem gleichseitigen Dreieck mit in der Mitte eingeknickten Seiten (vgl. Fig. 5).

Modell Nr. 18: Äusserste C-Kurve zu einem besonderen gleichwinkligen Fünfeck (vgl. Fig. 30).

Modell Nr. 19: C-Kurve mit zwei Ellipsenquadranten zu einer aus ihren Evolutenbogen und zwei Strecken bestehenden K-Kurve (vgl. Fig. 41).

Serie XLIII, No. 8.

Gipsmodell der Zentrafläche der asymptotischen Fläche dritten Grades $xyz = a^3$

herausgegeben von

Professor **E. Beutel** in Stuttgart.

Grösse 40×40×40 cm. **Preis Mk. 120.—.**

Diese Zentrafläche ist wohl die erste (nicht zerfallende) Zentrafläche einer Urfläche von höherem als dem 2. Grade, die bisher untersucht und als Modell dargestellt worden ist. Die Fläche ist vom 36. Grade; sie liegt in denselben 4 Oktanten wie die Urfläche $xyz = a^3$. Die beiden Zentramäntel bestehen aus 4 Schalen, die ganz innerhalb der 4 Schalen der Urfläche liegen. Der 2. Zentramantel liegt innerhalb des 1. Zentramantels. Sind ξ, η, ζ die Koordinaten eines Punktes der Zentrafläche und sind x, y, z die entsprechenden Koordinaten eines Punktes der Urfläche, so wird die Zentrafläche durch die Gleichungen dargestellt:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= x + \frac{m \mp \sqrt{m^2 - n}}{x} \\ \eta &= y + \frac{m \mp \sqrt{m^2 - n}}{y} \\ \zeta &= z + \frac{m \mp \sqrt{m^2 - n}}{z}, \end{aligned}\right\}$$